**Prova ANALISI parte seconda**

EDL e SIE Fila A 1-settembre-2011

**1**. (3 pt) Scrivere la serie di Taylor intorno all'origine per la funzione

$$f(x) = x(1-x)^3$$

**2**. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: se le serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ , $\sum_{n=1}^{\infty} b_n x^n$ hanno rispettivamente raggi di convergenza 2 e 3 allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + b_n)x^n$ converge per $x = \mathrm{e}$.

**3**. (8 pt) Determinare tutte le soluzioni $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y'' - 4y = x\mathrm{e}^{3x}$$

che soddisfano la condizione

$$\lim_{x \to -\infty} y(x) = 0 \, .$$

**4**. (9 pt) Per $r \in (0, 1)$ sia

$$K_r = \{(x, y) \in R^2 : x \geq 0,\ y \geq 0,\ r^2 \leq\ x^2 + y^2 \leq 1\} \, ,$$

dimostrare che per $r$ sufficientemente vicino a 1 il baricentro di $K_r$ non appartiene a $K_r$.

**5**. (9 pt) Determinare gli estremi assoluti della funzione

$$f(x, y) = (y - x^2)^3$$

ristretta all'insieme

$$\{(x, y) \in R^2 \ : \ x + 2 \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}\}$$

**6**. (4 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \log n}{n^n}$$

**Prova ANALISI parte seconda**

EDL e SIE  Fila B  1-settembre-2011

**1**. (3 pt) Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2 intorno all'origine per la funzione

$$f(x,y) = x(2x-3y)^5 + (x+y)^2 + x - y^2$$

**2**. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: se le serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ ha raggio di convergenza 1 e converge per $x = 1$, allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| x^n$ converge per $x = 1$.

**3**. (8 pt) Determinare tutte le soluzioni $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y'' - 9y = \mathrm{e}^{3x} - \mathrm{e}^{-3x}$$

che soddisfano le condizioni

$$y(0) = 0 \ , \ y'(0) > 0 \, .$$

**4**.(9 pt) Sia $r \in (0,1)$, sia $T$ il triangolo di vertici (-1, 0), (0, 1), (1, 0) (perimetro e punti interni) e sia $T_r$ il triangolo di vertici $(-1,0), (0,r), (1,0)$ (perimetro e punti interni); sia $K_r = T \setminus T_r$: determinare i valori di $r$ per cui il baricentro di $K_r$ non appartiene a $K_r$.

**5**. (9 pt) Determinare gli estremi assoluti della funzione

$$f(x,y) = x^2 + 5y^2 - \frac{1}{2}xy$$

ristretta all'insieme

$$\{(x,y) \in R^2 \, : \, x^2 + 4y^2 \leq 4\}$$

**6**. (4 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n! \, 3^n}$$

**Prova ANALISI parte seconda**

EDL e SIE Fila C 1-settembre-2011

**1**. (3 pt) Calcolare $f_{xy}(0,0)$ dove

$$f(x,y) = (3x-5)^3(2+3y)^4 \sin(xy)\sqrt{1+x+y}$$

**2**. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: se le serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ converge per $x = 1$ , allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x+1)^n$ converge per $x = 1/2$.

**3**. (8 pt) Determinare tutte le soluzioni $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y'' + 5y' = \mathrm{e}^{-5x} + \mathrm{e}^{-x}$$

che soddisfano la condizione

$$\lim_{x\to+\infty} y(x) = 0\ .$$

**4**.(9 pt) Sia $r \in (-1,1)$, sia $Q$ il quadrato (perimetro e punti interni) centrato nell'origine col lato lungo 2 e sia $Q_r$ il quadrato (perimetro e punti interni) di vertici $(r,r),(r,1),(1,r),(1,1)$ (perimetro e punti interni); sia $K_r = Q \setminus Q_r$: determinare i valori di $r$ per cui il baricentro di $K_r$ non appartiene a $K_r$.

**5**. (9 pt) Determinare gli estremi assoluti della funzione

$$f(x,y) = (1+xy)^2$$

ristretta all'insieme

$$\{(x,y) \in R^2\ :\ x^2+y^2 \le 4\}$$

**6**. (4 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\pi n)^n}{\sqrt{(9n^2+1)^n}}$$